

۵. گزینه‌ی (۲)

با توجه به اینکه  $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

$$\log_{1/2}^2 = a \Rightarrow \log_{1/2}^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_{1/2}^{2 \times 2} = \frac{1}{a}$$

$$2 \log_{1/2}^2 + \log_{1/2}^2 = \frac{1}{a} \Rightarrow 2 \log_{1/2}^2 = \frac{1}{a} - 1 \Rightarrow \log_{1/2}^2 = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{1/2}^4 = \log_{1/2}^2 = 2 \log_{1/2}^2 = 2 \left( \frac{1}{2a} - \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{a} - 1 = \frac{1}{2a} - \frac{1}{2}$$

۶. گزینه‌ی (۴)

**نکته:** تعداد ارقام عددی مانند a برابر است با:  $[\log a] + 1$

$N'$  ارقام:  $[\log^{2000}] + 1 = [200 \cdot \log^2] + 1 = [200 \cdot (0.477)] + 1 = 96$

$N$  ارقام:  $[\log^{2000}] + 1 = [300 \cdot \log^2] + 1 = [300 \cdot (0.3)] + 1 = 91$

$$\Rightarrow 96 - 91 = 5$$

لازم است برای انجام محاسبات  $\log^2 = 0.477$  و  $\log^3 = 0.301$  را به ذهن بسپاریم.

۷. گزینه‌ی (۲)

$$\ln(x \times x^2 \times \frac{1}{x^2}) = \ln(3x - 2) \Rightarrow x^2 = 3x - 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه } 2$$

۸. گزینه‌ی (۱)

با توجه به اینکه  $a^{\log_a^b} = b$  خواهیم داشت:

$$1 + \log_{1/2}^2 = \log_{1/2}^2 + \log_{1/2}^2 = \log_{1/2}^4$$

$$\log_{1/2}^4 - 1^{\log_{1/2}^2} = \log_{1/2}^4 - 6 = 0 \Rightarrow \log_{1/2}^4 = 6 \Rightarrow x = 2^6 \Rightarrow x = 64$$

۹. گزینه‌ی (۴)

$$\log_{1/2}^{2^2} + \log_{1/2}^2 = \log_{1/2}^{64} = \log_{1/2}^4 = 2 \log_{1/2}^2 = 2$$

۱۰. گزینه‌ی (۳)

$$\log_{1/2}^4 = \log_{1/2}^2 = 2 \log_{1/2}^2 = 2 \times \frac{1}{\log_{1/2}^2} = 2 \times \frac{1}{k} = \frac{2}{k}$$

۱۱. گزینه‌ی (۳)

$$\log_{1/2}^{x(x+2)} - \log_{1/2}^{x(f-x)} = 1$$

$$\log_{1/2}^{\frac{x(x+2)}{x(f-x)}} = 1 \Rightarrow \frac{x+2}{f-x} = 2 \Rightarrow x+2 = 8-2x$$

$$3x = 6 \Rightarrow x = 2$$

۱۲. گزینه‌ی (۴)

$$\log_{x\sqrt{x}}^x = \log_{x\sqrt{x}}^{\frac{4}{x}} = \frac{4}{\frac{4}{x}} \log_{x\sqrt{x}}^x = \frac{\lambda}{9} (1) = \frac{\lambda}{9}$$

۱۳. گزینه‌ی (۴)

$$\log_{\frac{(x+1)(x+2)}{x+2}}^{\frac{(x+1)(x+2)}{x+2}} = -1 \Rightarrow \log_{1/2}^{x+2} = -1 \Rightarrow \frac{x+1}{x+2} = (1/2)^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x+2} = \frac{1}{1} \Rightarrow x+2 = 1 \cdot x + 1 \Rightarrow x = -\frac{2}{3}$$

بنابراین معادله دارای یک ریشه است.

## آزمون جامع «۱»

۱. گزینه‌ی (۴)

برای حل مسائل مربوط به لگاریتم کافی است به قوانین و قواعد آن مسلط باشیم:

$$\begin{cases} \log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}} \\ \log_b^a = c \Leftrightarrow a = b^c \end{cases}$$

$$2 \log^x = 1 + \log_{\Delta}^{(x+1/2)}$$

$$\log x^2 - \log_{\Delta}^{(x+1/2)} = 1 \Rightarrow \log_{10}^{\frac{x^2}{x+1/2}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x+1/2} = 10$$

$$\Rightarrow x^2 = 10x + 24 \Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\Delta = 100 - 4(-24) = 196$$

$$x = \frac{10 \pm 14}{2} \begin{cases} 12 \\ -2 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$x = 12 \rightarrow \log_{\Delta}^{2(12)+1} = \log_{\Delta}^{25} = \log_{\Delta}^{\Delta^2} = 2$$

۲. گزینه‌ی (۴)

رابطه‌ی داده شده را با استفاده از اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$(\log^{(6x-1)})^2 - (\log^{(1-x)})^2 = 0$$

$$\Rightarrow (\log^{(6x-1)} - \log^{(1-x)})(\log^{(6x-1)} + \log^{(1-x)}) = 0$$

$$\begin{cases} \log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab} \\ \log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}} \end{cases} \text{ با توجه به اینکه}$$

$$\Rightarrow \log^{6x-1} = 0 \Rightarrow \frac{6x-1}{1-x} = 1$$

$$\log^{(6x-1)(1-x)} = 0 \Rightarrow (6x-1)(1-x) = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6x-1 = 1-x \rightarrow 7x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{7} \\ 6x-6x^2-1+x = 1 \rightarrow 6x^2-7x+2 = 0 \end{cases}$$

$$\Delta = 49 - 4(12) = 1 \Rightarrow x = \frac{7 \pm 1}{12} \begin{cases} \frac{8}{12} \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Delta = 49 - 4(12) = 1 \Rightarrow x = \frac{7 \pm 1}{12} \begin{cases} \frac{8}{12} \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

دقت کنید که در معادلات لگاریتمی حتماً جواب آخر باید در دامنه صدق کند و هر سه جواب به دست آمده مشکلی ایجاد نمی‌کنند.

۳. گزینه‌ی (۱)

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ b \neq 1 \end{cases}$$

دامنه‌ی  $\log_b^a$  برابر است با:

$$\log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} \log_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} = \frac{4}{3} \Rightarrow \log_{1/2}^a = 2 \Rightarrow a = 3^2 = 9$$

$$\log_{\frac{1}{2}}^{a-1} = \log_{\frac{1}{2}}^{9-1} = \log_{\frac{1}{2}}^8 = \log_{1/2}^2 = \frac{2}{2}$$

۴. گزینه‌ی (۲)

$$\log^{\Delta} = a \Rightarrow \log^2 = 1 - a$$

$$\log^{20} = \log^{2 \times \Delta} = 2 \log^{\Delta} + \log^{\Delta} = 2(1-a) + a$$

$$= 2 - 2a + a = 2 - a$$

**نکته:**



۱۱. گزینهی (۱)

$$\log^{(x-1)(x+1)} = \log^3$$

$$x^2 - 1 = 3 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \text{ غ ق} \end{cases}$$

۱۲. گزینهی (۴)

$$\log^{6 \cdot 0} = \log^{2 \times 3 \times 1 \cdot 2} = \log^2 + \log^3 + 3 \log^1$$

$$= 0 / 3 \cdot 1 + 0 / 477 + 3 = 3 / 778$$

۱۳. گزینهی (۲)

$$\text{Ln}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2 \Rightarrow \log_e^{\frac{x+1}{2x-1}} = 2$$

$$\frac{x+1}{2x-1} = e^2 \Rightarrow x+1 = 2xe^2 - e^2 \Rightarrow x(1-2e^2) = -e^2 - 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{e^2 - 1}{2e^2 - 1}$$

۱۴. گزینهی (۴)

$$\Delta^r \log_\Delta^r + r \log_\Delta^r = \Delta^{\log_\Delta^r + \log_\Delta^{r \cdot \Delta}} = \Delta^{\log_\Delta^{r \cdot \Delta}} = 1 \cdot 8$$

۱۵. گزینهی (۲)

$$\log_{1/r}^r = a \Rightarrow \log_r^{1/r} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_r^{r \cdot \frac{1}{a}} = \frac{1}{a}$$

$$\Rightarrow r \log_r^{1/a} + \log_r^{1/a} = \frac{1}{a} \Rightarrow \log_r^{1/a} = \frac{1}{ra} - \frac{1}{r}$$

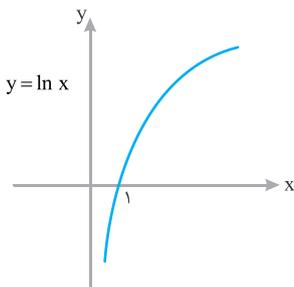
$$* \log_r^{1/a} = \frac{1-a}{ra}$$

۱۶. گزینهی (۳)

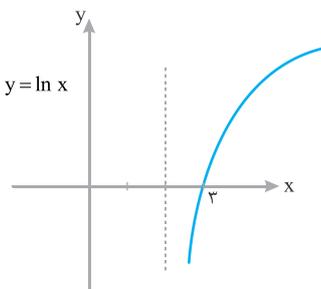
$$\log_{1/r}^{1/r} = \alpha \Rightarrow r^\alpha = 12$$

$$4^{\alpha-2} = \frac{4^\alpha}{4^2} = \frac{(r^\alpha)^r}{16} = \frac{(12)^r}{16} = 9$$

۱۷. گزینهی (۱)



$\Rightarrow y = \text{Ln}(x-2)$   
۲ واحد به سمت راست برویم



۱۸. گزینهی (۱)

$$\log_{1/a}^{\sqrt{a}} = -1 / 0.74 \Rightarrow \log_{1/a}^{a^{1/2}} = -1 / 0.74 \Rightarrow \frac{1}{2} \log_{1/a}^a = -1 / 0.74$$

$$\Rightarrow \log_{1/a}^a = -2 / 0.74 \Rightarrow a = 10^{-2/0.74}$$

$$a^2 = (10^{-2/0.74})^2 = 10^{-4/0.74} \text{ تعداد صفر قبل ممیز} = 6$$

۵. گزینهی (۲)

$$\begin{cases} \log_2^{\Delta} = \frac{\log_2^{\Delta} b}{\log_2^{\Delta} (1-a)} \\ \log_2^r + \log_2^r = \log_2^r = 1 \Rightarrow \log_2^r = 1 - \log_2^r = 1 - a \end{cases}$$

۶. گزینهی (۱)

$$\log_{1.5}^{\frac{x+2}{5}} + \log_{1.5}^1 < 0$$

$$\log_{1.5}^{\frac{x+2}{5} \cdot 1} < 0 \Rightarrow \log_{1.5}^{2(x+3)} < 0 \Rightarrow 0 < 2(x+3) < 1$$

$$0 < x+3 < \frac{1}{2}$$

$$-3 < x < -\frac{5}{2}$$

نکته:

$$\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b > 1 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a > 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b^a < 0$$

$$\begin{cases} a > 1 \\ b > 1 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} 0 < a < 1 \\ 0 < b < 1 \end{cases} \Rightarrow \log_b^a > 0$$

۷. گزینهی (۳)

$$\text{Ln} x + \text{Ln} y = \text{Ln} 4 \Rightarrow \text{Ln}(xy) = \text{Ln}(4) \Rightarrow xy = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y = \frac{25}{6} \Rightarrow x + \frac{4}{x} = \frac{25}{6} \Rightarrow 6x^2 + 24 = 25x \\ xy = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 25x + 24 = 0$$

$$\Delta = 49 \Rightarrow x = \frac{25 \pm 7}{12} \begin{cases} \frac{32}{12} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \\ \frac{18}{12} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{8}{3} - \frac{3}{2} \right| = \frac{16-9}{6} = \frac{7}{6}$$

۸. گزینهی (۳)

$$\log_{1.5}^2 = b \Rightarrow 2 = 1.5^b$$

$$2^{\log_{1.5}^x} \Rightarrow 1.5^{b \log_{1.5}^x} = 1.5^{\log_{1.5}^{x^b}} = x^b$$

۹. گزینهی (۲)

$$\log_{\frac{1}{64}}^{\sqrt[3]{16}} = \log_{\frac{2^{-6}}{2^4}}^{\frac{2^4}{2^3}} = \frac{4}{-6} \log_{\frac{1}{2}}^2 = -\frac{4}{18} = -\frac{2}{9}$$

۱۰. گزینهی (۳)

$$\log^{(x-2)(x-3)} = \log^{1 \cdot (2)} \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 3 \cdot 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0$$

$$\Delta = 25 - 4(-24) > 0 \rightarrow \text{ریشه } 2$$

$$x_1 x_2 = -24 < 0 \rightarrow \text{مختلف‌العلامت}$$

$$\Delta = 11 \rightarrow x = \frac{5 \pm 11}{2} \begin{cases} 8 \\ -3 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

فقط  $x = 8$  را می‌توانیم به عنوان ریشه بپذیریم زیرا در دامنه‌ی لگاریتم وجود دارد و عبارت روبه‌روی لگاریتم را منفی نمی‌کند.

۱۹. گزینه‌ی (۳)

$$\log_{\sqrt{18}} = \log_{18}^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_{18}^{2 \times 18} = \frac{1}{2} (2 \log_{18}^{2 \times 18} + \log_{18}^{2 \times 18})$$

$$= \frac{1}{2} \left( 2 \times \frac{1}{\log_{18}^{2 \times 18}} + \frac{1}{\log_{18}^{2 \times 18}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( 2 \times \frac{1}{\log_{18}^{2 \times 18} + \log_{18}^{2 \times 18}} + \frac{1}{2 \log_{18}^{2 \times 18} + \log_{18}^{2 \times 18}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{2}{2 \log_{18}^{2 \times 18} + 1} + \frac{1}{2 + \log_{18}^{2 \times 18}} \right)$$

$$\begin{cases} \log_{18}^{2 \times 18} = \frac{\log_{18}^{2 \times 18}}{\log_{18}^{2 \times 18}} = \frac{b}{a} \\ \log_{18}^{2 \times 18} = \frac{\log_{18}^{2 \times 18}}{\log_{18}^{2 \times 18}} = \frac{a}{b} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \left( \frac{2}{\frac{2b}{a} + 1} + \frac{1}{2 + \frac{a}{b}} \right)$$

$$= \frac{1}{\frac{2b+a}{a}} + \frac{1}{2 \left( \frac{2b+a}{b} \right)}$$

$$\frac{a}{2b+a} + \frac{b}{fb+2a} = \frac{2a+b}{2a+2b}$$

۲۰. گزینه‌ی (۲)

$$\log^{\Delta^{\circ}} = 1/699 \Rightarrow \log^{\Delta^{\circ} \times 1^{\circ}} = \log^{\Delta^{\circ}} + \log^{1^{\circ}} = 1/699$$

$$\Rightarrow \log^{\Delta^{\circ}} = 1/699 - 1 = 0/699 \Rightarrow \log^{\Delta^{\circ}} = 1 - \log^{\Delta^{\circ}}$$

$$= 1 - 0/699 = 0/301$$

$$\log^{1^{\circ}} = \log^{\Delta^{\circ}} - \log^{1^{\circ}} = \log^{\Delta^{\circ}} - 1 = 3 \log^{\Delta^{\circ}} - 1$$

$$= 3(0/301) - 1 = -0/097$$